



Universidade Federal do Espírito Santo - UFES

Programa de Pós-Graduação em Informática - PPGI

Prof. Isaac P. Santos

Tópicos Avançados em Elementos Finitos - 2018/1

Lista 4 - entregar dia 02/06/18

1. Mostre que $\|u - v\| = \|v - u\|$.
2. Mostre que $|||u|| - ||v||| \leq \|u - v\|$.
3. Considere $D^\alpha v$ com $|\alpha| \leq 3$. Explícite todos os multi-índices e suas derivadas associadas.
4. Seja

$$f(x) = \begin{cases} 0, & x \in \left(0, \frac{1}{3}\right), \\ x - \frac{1}{2}, & x \in \left(\frac{1}{3}, \frac{2}{3}\right), \\ \frac{1}{6}, & x \in \left(\frac{2}{3}, 1\right). \end{cases}$$

- a) Determine $\text{suport}(f)$;
 - b) $\text{suport}(f) \subset (0, 1)$? Justifique sua resposta.
5. Calcule a derivada fraca (ou a derivada no sentido das distribuições) das funções abaixo.

a)

$$u(x) = \begin{cases} x, & 0 < x < 1; \\ 1, & 1 < x < 2. \end{cases}$$

b)

$$u(x) = \begin{cases} x^2, & 0 < x < 1; \\ 2 - x, & 1 < x < 2. \end{cases}$$

6. $L^2(\Omega)$ é um subespaço de $H_0^1(\Omega)$? Justifique sua resposta.
7. Especifique o grau de suavidade da função u , indicando as classes $C^m(\Omega)$ e $H^m(\Omega)$ que ela pertence.

a)

$$u''(x) = \begin{cases} 0, & 0 < x < 1; \\ x - 1, & 1 \leq x < 2; \\ x^2 - 3, & 2 \leq x < 3 \end{cases}$$

b)

$$u(x) = \frac{1}{\sqrt{x}}, \quad 0 \leq x \leq 1.$$

c)

$$u'(x) = \begin{cases} x - 1/4, & 0 \leq x \leq 1; \\ 1/4 - x, & 1 \leq x \leq 2. \end{cases}$$

8. (a) Mostre que as funções

$$f(x) = \begin{cases} x, & 0 \leq x \leq 1 \\ 2 - x, & 1 \leq x \leq 2 \end{cases} \quad g(x) = \text{sen}(\pi x), \quad 0 \leq x \leq 2$$

são ortogonais em $H^0(0, 2) = L^2(0, 2)$. Elas são ortogonais em $H^1(0, 2)$?

(b) Qual é a distância entre f e g no espaço $L^2(0, 2)$? E em $H^1(0, 2)$?

9. Faça os exercícios 7.5 e 7.6 (página 201) do livro texto¹.

¹Larson, M. G. and Bengzon, F. The Finite Element Method: Theory, Implementation, and Applications. Springer, 2013