



Universidade Federal do Espírito Santo
Centro Universitário Norte do Espírito Santo
Laboratório de Ensino de Matemática



ATIVIDADE

Modelagem Matemática

Situação-Problema	Determinar a relação entre o período e o comprimento de um pêndulo simples.
Nível	Ensino Médio
Descrição	Roteiro para modelar o movimento de um pêndulo simples usando experimentação e análise de dados, visando obter (i) a relação entre o período do pendulo e o ângulo de lançamento e (ii) a relação entre o período do pêndulo e seu comprimento.
Materiais	- Pêndulo simples artesanal, com comprimento variável - Cronômetro - Régua e transferidor - Papel milimetrado - Computador com software geométrico (<i>Geogebra</i> ou similar)
Procedimentos (do professor)	1. Dividir a turma em grupos pequenos, distribuir o material e explicar a atividade. 2. Ler discutir o <i>texto de apoio</i>. 3. Realização e registro em tabelas das medidas do "ângulo inicial" e "período". 4. Registro dos dados num plano cartesiano em papel milimetrado. 5. Ajuste intuitivo da curva e inferência da relação entre "ângulo inicial" e "período": <i>Qual é a função que exprime o período em função do ângulo inicial do pêndulo?</i> 6. Realização e registro em tabelas das medidas do "comprimento" e "período". 7. Registro dos dados num plano cartesiano em papel milimetrado. 8. Ajuste intuitivo da curva e inferência da relação entre "comprimento" e "período": <i>Qual é a função que exprime o período em função do comprimento do pêndulo?</i> 9. Registro dos dados num plano cartesiano, usando um software gráfico. 10. Ajuste intuitivo ou numérico da curva e inferência da relação entre "comprimento" e "período": <i>Qual é a função que exprime o período em função do comprimento do pêndulo?</i> 11. Tarefa para casa: redigir um relatório, descrevendo a atividade e os resultados obtidos.
Comentários	Esta tarefa é complexa e requer muita organização e cuidado para ser realizada satisfatoriamente. A supervisão do professor é fundamental. Para evitar dificuldades, é importante trabalhar com um pêndulo adequado, fácil de ser manipulado.

Anexo I

Texto

Existem na natureza diversos fenômenos periódicos, ou seja, cujo comportamento se repete em intervalos regulares de tempo. Por exemplo, a alternância entre dias e noites, o ciclo das estações do ano, a vibração de um diapásão, as batidas do coração, as ondas elétricas do cérebro, etc.

O pêndulo simples é um objeto bastante simples que possui movimento periódico: ele é constituído por um fio ou haste (de massa desprezível) que possui uma extremidade fixa num ponto de apoio em torno do qual pode girar livremente e uma massa considerável na extremidade livre - conforme a figura.

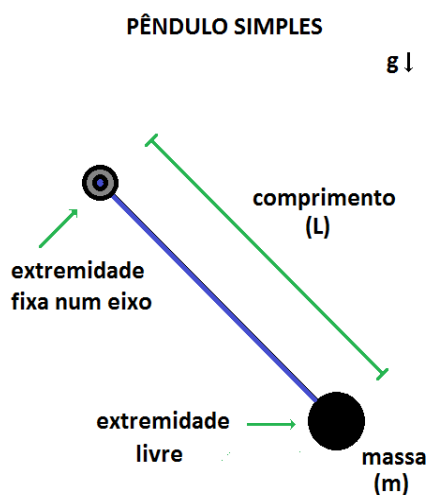


Figura: o pêndulo simples e suas partes

Como o comportamento do pêndulo simples também é simples, podemos investigar seu movimento e determinar a relação entre seu comprimento e o período (tempo que demora para o pêndulo retornar a sua posição inicial, após completar um ciclo). Vamos analisar duas questões naturais:

- 1) *Qual é a relação entre o período do pêndulo e o ângulo inicial de lançamento (partindo do repouso)?*
- 2) *Qual é a relação entre o período do pêndulo e o comprimento de sua haste ou fio?*

Para responder essas perguntas, vamos realizar medidas num pêndulo real e estudar os resultados mediante análise de tabelas e gráficos. Talvez você ache interessante saber que as medidas realizadas no pêndulo simples nos permitem obter a aceleração da gravidade da Terra (na região onde foram realizados os experimentos), mas é necessário conhecer um pouco de Física para compreender como fazer isso...

Anexo II

Orientações para a medida do ângulo inicial e período

- 1) Disponha o pêndulo adequadamente para medida do ângulo inicial com o transferidor, mantendo o mesmo comprimento ao longo de todas as medidas;
- 2) Para cada valor do ângulo inicial θ_0 , eleve o pêndulo de modo que o ângulo entre a haste/fio e a direção vertical seja θ_0 ;
- 3) Acione o cronômetro no instante em que soltar o pêndulo, partindo do repouso;
- 4) Conte 10 oscilações e pare o cronômetro no instante em que completar o último ciclo;
- 5) Registre na tabela o período encontrado, igual ao tempo gasto pelas 10 oscilações dividido por 10;
- 6) Repita o procedimento um número adequado de vezes - por exemplo, considere os ângulos 5° , 10° , 15° , ..., 45° , ...

Tabela Ângulo Inicial x Período		
Ângulo Inicial (graus)	→	Período (segundos)
5	→	
10	→	
15	→	
20	→	
25	→	
30	→	
35	→	
40	→	
45	→	
50	→	

Anexo III

Orientações para a medida do comprimento e período

- 1) Disponha o pêndulo adequadamente para realizar as medida do comprimento com a régua;
- 2) Para cada valor do comprimento L , eleve ligeiramente o pêndulo em relação a vertical;
- 3) Acione o cronômetro no instante em que soltar o pêndulo, partindo do repouso;
- 4) Conte 10 oscilações e pare o cronômetro no instante em que completar o último ciclo;
- 5) Registre na tabela o período encontrado, igual ao tempo gasto pelas 10 oscilações dividido por 10;
- 6) Repita o procedimento um número adequado de vezes -- por exemplo, considere os comprimentos 5cm , 10cm , 15cm , ..., 45cm , ...

Observação: *Procure realizar as medidas com cuidado e precisão, visando reduzir os erros. Descarte as medidas que eventualmente sofreram perturbações ou foram obtidas inadequadamente.*

Tabela Comprimento x Período		
Comprimento (centímetros)	→	Período (segundos)
5	→	
10	→	
15	→	
20	→	
25	→	
30	→	
40	→	
50	→	
60	→	
70	→	

Orientações sobre a construção de gráficos e ajuste de curvas

- 1) Num papel milimetrado ou num computador, desenhe convenientemente um par de eixos cartesianos; escolha uma escala adequada para registrar os dados;
- 2) Escolha o eixo das ordenadas para representar o período e o eixo das abscissas para representar o ângulo inicial ou o comprimento do pêndulo;
- 3) Marque no gráfico os dados obtidos;
- 4) Conjecture a função que estabelece a relação entre o ângulo inicial e o período (no gráfico dos dados da primeira tabela), ou a relação entre o comprimento e o período do pêndulo (no gráfico dos dados da segunda tabela);
- 5) No caso da relação entre o comprimento e o período do pêndulo, procure determinar a forma específica da função mediante ajuste de curvas;
- 6) Registre suas conclusões.